Faktoriál

N-FAKTORIÁL je součin přirozených čísel menších nebo rovných n ($n \in N$)

$$n! = n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdot \dots \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1$$

definujeme $0! = 1$ [$1! = 1$ také]

př. $5! = 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 120$ $5! = 5 \cdot 4!$ ($= 5 \cdot 4 \cdot 3!$ atd.)

př. Vyjádřete 7! pomocí 5! $7! = 7 \cdot 6 \cdot 5!$ ($= 42 \cdot 5!$)

PLATÍ $n! = n \cdot (n-1)! = n \cdot (n-1) \cdot (n-2)!$ atd.

Příklady

① Upravte pro přípustné hodnoty

a) $\frac{6!}{4!} = \frac{6 \cdot 5 \cdot 4!}{4!} = 30$ [$\frac{6!}{4!} = \frac{6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} = 6 \cdot 5 = 30$ lze, ale u složitějších příkladů zdlouhavé]

b) $\frac{10!}{3! \cdot 4! \cdot 5!} = \frac{10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5!}{3 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 5!} = \frac{10 \cdot 3 \cdot 7}{1} = 210$ KRÁCENÍ

c) $\frac{7! + 5!}{5!} = \frac{7 \cdot 6 \cdot 5! + 5!}{5!} = \frac{5! \cdot (7 \cdot 6 + 1)}{5!} = 43$ VYTÝKÁNÍ

d) $\frac{7! + 5! + 6!}{8! - 7!} = \frac{7 \cdot 6 \cdot 5! + 5! + 6 \cdot 5!}{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5! - 7 \cdot 6 \cdot 5!} = \frac{5! \cdot (42 + 1 + 6)}{7 \cdot 6 \cdot 5! (8 - 1)} = \frac{49}{7 \cdot 6 \cdot 7} = \frac{1}{6}$

e) $n! + n \cdot n! = n! \cdot (1 + n) = (n+1) \cdot n! = (n+1)!$

f) $n(n-1)! + n \cdot n! = n! + n \cdot n! = n! \cdot (n+1) = (n+1)!$

g) $(n+1)! - n \cdot n! = (n+1) \cdot n! - n \cdot n! = n! \cdot (n + 1 - n) = n!$

h) $\frac{(n+1)!}{2(n-1)!} = \frac{(n+1) \cdot n \cdot (n-1)!}{2(n-1)!} = \frac{(n+1) \cdot n}{2}$

② Zjednodušte pro přípustné hodnoty

a) $\frac{(n+1)!}{n!} - \frac{(2n)!}{(2n+1)!} + \frac{(3n-1)!}{(3n-2)!} = \frac{(n+1) \cdot n!}{n!} - \frac{(2n)!}{(2n+1) \cdot (2n)!} + \frac{(3n-1) \cdot (3n-2)!}{(3n-2)!} =$

$= n + 1 - \frac{1}{2n+1} + 3n - 1 = 4n - \frac{1}{2n+1} = \frac{4n \cdot (2n+1) - 1}{2n+1} = \frac{8n^2 + 4n - 1}{2n+1}$

b) $\frac{(n+1)!}{(n!)^2}+\frac{n!}{[(n-1)!]^2}=\frac{(n+1)\cdot n!}{n!\cdot n!}+\frac{n\cdot(n-1)!}{(n-1)!\cdot(n-1)!}=\frac{n+1}{n!}+\frac{n}{(n-1)!}=$

$=\frac{n+1}{n\cdot(n-1)!}+\frac{n}{(n-1)!}=\frac{n+1+n^2}{n\cdot(n-1)!}=\frac{n^2+n+1}{n!}$

c) $\frac{1}{n!}-\frac{3}{(n+1)!}-\frac{n^2-4}{(n+2)!}=\frac{1}{n!}-\frac{3}{(n+1)\cdot n!}-\frac{(n-2)\cdot(n+2)}{(n+2)\cdot(n+1)\cdot n!}=\frac{n+1-3-(n-2)}{(n+1)\cdot n!}=$

$=\frac{n-2-n+2}{(n+1)\cdot n!}=\frac{0}{(n+1)!}=0$

③ Upravte pro přípustné hodnoty

a) $\frac{(n+1)!}{n!}-\frac{n!}{(n-1)!}=\frac{(n+1)\cdot n!}{n!}-\frac{n\cdot(n-1)!}{(n-1)!}=n+1-n=1$

b) $\frac{n^2-9}{(n+3)!}+\frac{6}{(n+2)!}-\frac{1}{(n+1)!}=\frac{(n-3)\cdot(n+3)}{(n+3)\cdot(n+2)!}+\frac{6}{(n+2)!}-\frac{1}{(n+1)!}=$

$=\frac{n-3+6-1(n+2)}{(n+2)\cdot(n+1)!}=\frac{n+3-n-2}{(n+2)!}=\frac{1}{(n+2)!}$

c) $\frac{(n+2)!}{n!}-2\,\frac{(n+1)!}{(n-1)!}+\frac{n!}{(n-2)!}=\frac{(n+2)\cdot(n+1)\cdot n!}{n!}-2\,\frac{(n+1)\cdot n\cdot(n-1)!}{(n-1)!}+$

$+\frac{n\cdot(n-1)\cdot(n-2)!}{(n-2)!}=n^2+2n+n+2-2n^2-2n+n^2-n=2$

d) $\frac{(n+2)!}{(n+1)!}-\frac{(n+1)!}{n!}=\frac{(n+2)\cdot(n+1)!}{(n+1)!}-\frac{(n+1)\cdot n!}{n!}=n+2-(n+1)=1$

e) $\frac{(n+1)!\cdot(2n)!}{2n!\cdot(2n-1)!}=\frac{(n+1)!\cdot 2n\cdot(2n-1)!}{2n!\cdot(2n-1)!}=\frac{(n+1)!\cdot 2n}{2n!}=\frac{(n+1)\cdot n!\cdot n}{n!}=n(n+1)$

f) $\frac{(n!)^2}{(n-1)!\cdot(n+1)!}=\frac{n!\cdot n!}{(n-1)!\cdot n!\cdot(n+1)}=\frac{n\cdot(n-1)!}{(n-1)!\cdot(n+1)}=\frac{n}{n+1}$

g) $\frac{(n+1)!-n\cdot n!}{(n-1)!}=\frac{(n+1)\cdot n!-n\cdot n!}{(n-1)!}=\frac{n!\cdot(n+1-n)}{(n-1)!}=\frac{n\cdot(n-1)!}{(n-1)!}=n$